

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ к выполнению задач контрольной работы № 2

Задачи контрольной работы № 2 посвящены расчету цепей однофазного переменного тока.

Процессы, протекающие в цепях переменного тока, являются более сложными по сравнению с процессами в цепях постоянного тока. Прежде всего, надо усвоить основные понятия о переменном токе.

Переменным называется ток, направление и значение которого периодически меняются.

Время T , в течение которого переменный ток совершают полный цикл изменений, называется периодом переменного тока, а число периодов в секунду – его частотой:

$$f = \frac{1}{T}.$$

Единицей частоты является герц [Гц].

Наиболее распространен синусоидальный ток (напряжение, ЭДС).

Уравнения синусоидальных тока и напряжения:

$$i = I_m \sin \omega t,$$
$$u = U_m \sin(\omega t + \varphi),$$

где i , u – мгновенные значения тока и напряжения (в любой момент времени);

I_m , U_m – максимальные значения тока и напряжения (амплитуды);

ω - угловая частота, рад/с;

$(\omega t + \varphi)$ – фаза, т.е. угол, определяющий значение переменной величины в любой момент времени (текущая фаза);

φ - начальная фаза переменной величины, т.е. угол, определяющий ее значение при $t=0$.

Приборы (амперметр, вольтметр), включенные в цепь переменного тока, показывают действующие значения величин (тока, напряжения), которые равны:

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}},$$

$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}.$$

Цепи переменного тока (как и цепи постоянного тока) могут быть неразветвленными и разветвленными.

Расчет цепи переменного тока облегчается, если использовать построение векторной диаграммы, на которой изображается несколько синусоидальных величин одной частоты.

- 1) Построение векторной диаграммы начинают с вектора величины, общей для всей цепи: т.е. с вектора тока в неразветвленной цепи, с вектора напряжения в разветвленной цепи. Этот вектор строят в положительном направлении оси абсцисс (горизонтально вправо).
- 2) Длины векторов в масштабе соответствуют действующим значениям величин.
- 3) Положение каждого вектора на диаграмме определяется начальной фазой, причем опережение по фазе – против часовой стрелки, отставание по фазе – по часовой стрелке.

Прежде чем приступать к расчету цепей переменного тока, содержащих несколько элементов, надо запомнить свойства простейших цепей (табл.8):

- a) с сопротивлением R;
- б) с индуктивностью L;
- в) с емкостью C.

Перед решением этих задач по [1] следует рассмотреть §§10.1-10.5; 11.1; 11.2; 11.4; 12.1-12.6, и разобрать решение примеров 6, 7, 8.

Таблица 8

	Цепь с активным сопротивлением R	Цепь с индуктивностью L	Цепь с ёмкостью C
Схема цепи			
Сопротивление, Ом	R -активное	$X_L = 2\pi f L$ индуктивное (реактивное)	$X_C = -\frac{1}{2\pi f C}$ ёмкостное (реактивное)
Закон Ома для действующих значений	$I = \frac{U}{R}$	$I = \frac{U}{X_L}$	$I = \frac{U}{X_C}$
Векторные диаграммы			
Уравнения тока и напряжения	$i = I_m \sin \omega t$ $u = U_m \sin \omega t$	$i = I_m \sin \omega t$ $u = U_m \sin(\omega t + 90^\circ)$	$i = I_m \sin \omega t$ $u = U_m \sin(\omega t - 90^\circ)$
Волновые диаграммы			
Мощность цепи	активная $P = U I \cos \varphi = I^2 R$ $Bт$	реактивная $Q_L = U I \sin \varphi = I^2 X_L$ $бар$	реактивная $Q_C = U I \sin \varphi = I^2 X_C$ $бар$

Задачи №№ 1-10

Пример 7

В сеть переменного тока напряжением $U=120$ В и частотой $f=50$ Гц включены последовательно катушка индуктивности с параметрами $R=160$ Ом и $L=102$ мГ и конденсатор емкостью $C=159$ мкФ (рис.13). На схеме показаны приборы для измерения тока, напряжения, активной мощности.

Определить индуктивное X_L , емкостное X_C и полное Z сопротивление цепи, ток I , коэффициент мощности $\cos \varphi$, активную P , реактивную Q и полную S мощности цепи, построить векторную диаграмму напряжений и тока в масштабе $m_u=48$ В/см, отложив горизонтально вектор тока.

Вычислить частоту переменного тока f_0 , при которой в цепи возникнет резонанс напряжений.

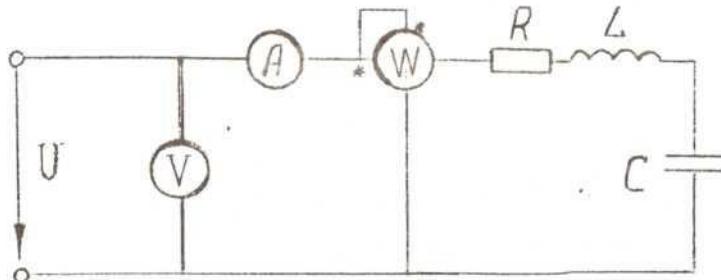


Рис.13

Краткая запись условия:

Дано: $U=120$ В,
 $f=50$ Гц,
 $R=16$ Ом,
 $L=102$ мГ,
 $C=159$ мкФ,
 $m_u=48$ В/см.

Определить: X_L , X_C , Z , I , $\cos \varphi$, P , Q , S , f_0 .

Построить векторную диаграмму напряжений и тока.

Решение

- 1) Реактивные сопротивления катушки и конденсатора:
индуктивное:

$$x_L = 2\pi f L = 2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 102 \cdot 10^{-3} = 32 \text{ } \Omega,$$

емкостное

$$x_c = \frac{1}{2\pi f C} = \frac{10^6}{2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 159} = 20 \text{ } \Omega.$$

- 2) Полное сопротивление цепи:

$$z = \sqrt{R^2 + (x_L - x_c)^2} = \sqrt{16^2 + (32 - 20)^2} = 20 \text{ } \Omega.$$

- 3) Ток в цепи:

$$I = \frac{U}{z} = \frac{120}{20} = 6 \text{ A.}$$

- 4) Коэффициент мощности:

$$\cos \varphi = \frac{R}{z} = \frac{16}{20} = 0,8,$$

$$\sin \varphi = \sqrt{1 - \cos^2 \varphi} = \sqrt{1 - 0,8^2} = 0,6.$$

- 5) Мощности цепи:

полная: $S = U \cdot I = 120 \cdot 6 = 720 \text{ VA},$

активная: $P = S \cdot \cos \varphi = 720 \cdot 0,8 = 576 \text{ W},$

реактивная: $Q = S \cdot \sin \varphi = 720 \cdot 0,6 = 432 \text{ var.}$

- 6) Частота переменного тока, при которой в цепи наступает резонанс напряжений:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2 \cdot 3,14 \cdot \sqrt{0,102 \cdot 159 \cdot 10^{-6}}} = 39,5 \text{ Hz.}$$

- 7) Напряжения на участках цепи (составляющие напряжения):

активное: $U_a = I \cdot R = 6 \cdot 16 = 96 \text{ V},$

индуктивное: $U_L = I \cdot x_L = 6 \cdot 32 = 192 \text{ V},$

емкостное: $U_c = I \cdot x_c = 6 \cdot 20 = 120 \text{ V}.$

8) Длины векторов напряжений в масштабе $m_u=48$ В/см:

$$l_{u_a} = \frac{U_a}{m_u} = \frac{96}{48} = 2 \text{ см},$$

$$l_{u_L} = \frac{U_L}{m_u} = \frac{192}{48} = 4 \text{ см},$$

$$l_{u_c} = \frac{U_c}{m_u} = \frac{120}{48} = 2,5 \text{ см},$$

$$l_u = \frac{U}{m_u} = \frac{120}{48} = 2,5 \text{ см.}$$

9) Векторная диаграмма напряжений и тока построена на рис.14.

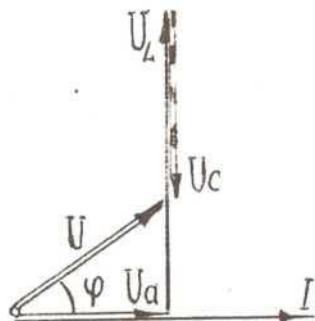


Рис.14

Так как $x_L > x_c$, то вектор напряжения U опережает вектор тока I на угол $\varphi = \arccos 0,8 = 37^\circ$.

В неразветвленной цепи, состоящей из катушки индуктивности и конденсатора, может возникнуть резонанс напряжений (один из режимов работы этой цепи).

Условие получения резонанса напряжений: равенство реактивных сопротивлений цепи:

$$x_L = x_c; \quad 2\pi f L = \frac{1}{2\pi f C}.$$

Способы получения резонанса напряжений:

- 1) изменение индуктивности L ;
- 2) изменение емкости C ;
- 3) изменение частоты источника питания.

Особенности этого режима: полное сопротивление цепи равно активному сопротивлению:

$$z_{\text{рез}} = \sqrt{R^2 + (x_L - x_c)^2} = R,$$

из-за чего ток в цепи максимальный:

$$I_{\text{рез}} = \frac{U}{z_{\text{рез}}} = \frac{U}{R}.$$

Другие особенности, векторная диаграмма напряжений и тока и практическое применение рассмотрены в [1], §12.6.

В задачах №№ 1-10 рассматриваются цепи переменного тока с последовательным соединением нескольких потребителей. При решении этих задач используются те же формулы, что приведены в примере 7.

Полное сопротивление цепи:

$$z = \sqrt{R^2 + (x_L - x_c)^2},$$

где $R = R_1 + R_2 + R_3 + \dots$ - арифметическая сумма всех активных сопротивлений цепи;

$x_L = x_{L_1} + x_{L_2} + \dots$ - арифметическая сумма индуктивных сопротивлений цепи;

$x_c = x_{c_1} + x_{c_2} + \dots$ - арифметическая сумма емкостных сопротивлений цепи.

Для построения векторной диаграммы напряжений и тока надо определить напряжение на каждом участке цепи и все эти напряжения построить на векторной диаграмме.

Задачи №№ 11-20

Задачи №№ 11-20 посвящены расчету разветвленных цепей переменного тока.

Расчет разветвленных цепей переменного тока может быть выполнен одним из следующих методов:

- 1) графоаналитическим методом;
- 2) методом разложения токов на активные и реактивные составляющие;
- 3) методом проводимостей;
- 4) методом комплексных чисел (символическим методом).

По [1] надо проработать §§13.1, 13.2, 13.3, 13.4, 13.5.

Если в параллельные ветви разветвленной цепи включены катушки индуктивности и конденсаторы, то в цепи может возникнуть резонанс токов. Условие резонанса токов:

$$I_L = I_c,$$

т.е. равенство реактивных токов цепи.

Задачи №№ 11-20, согласно условию, надо решать методом разложения токов на составляющие, предварительно рассмотрев пример 8.

Пример 8

В сеть переменного тока напряжением $U=120$ В и частотой $f=50$ Гц, включены параллельно два приемника энергии: первый – мощностью $P_1=1,92$ кВт с коэффициентом мощности $\cos \varphi_1=0,8$ (катушка индуктивности), второй – последовательно соединенные резистор с сопротивлением $R_2=6$ Ом и конденсатор, емкость которого $C_2=398$ мкФ.

Схема цепи показана на рис.15.

Определить токи приемников I_1 , I_2 , ток I в неразветвленной части цепи; параметры первой ветви R_1 , L_1 ; активную P , реактивную Q , полную S мощности и коэффициент мощности цепи $\cos \varphi$.

Задачу решить методом разложения токов на активные и реактивные составляющие.

Построить векторную диаграмму токов и напряжения в масштабе $m=3,2$ А/см.

Вычислить ёмкость $C_{рез}$ конденсатора, который следует включить в цепь параллельно приемникам, чтобы в цепи возник резонанс токов.

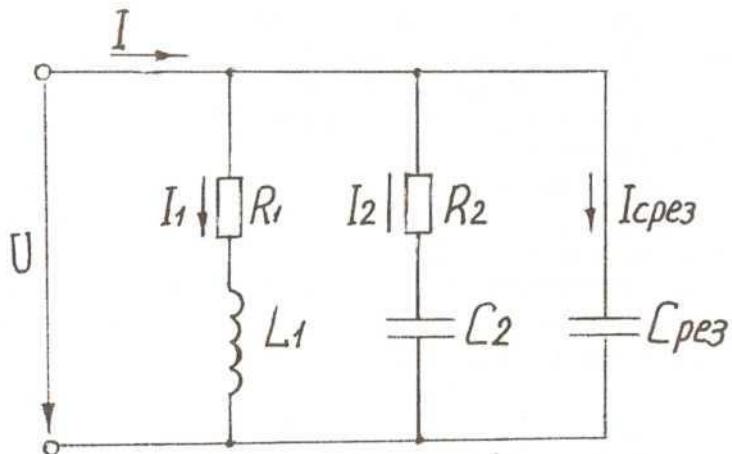


Рис.15

Краткая запись условия:

Дано: $U=120 \text{ В}$,
 $f=50 \text{ Гц}$,
 $P_1=1,92 \text{ кВт}$,
 $\cos \varphi_1=0,8$,
 $R_2=6 \Omega$,
 $C_2=398 \text{ мкФ}$,
 $m=3,2 \text{ А/см}$.

Определить: $I_1, I_2, I, R_1, L_1, P, Q, S, \cos \varphi, C_{рез}$.

Решение

1) Расчет для первой ветви.

a) Ток первой ветви:

$$I_1 = \frac{P_1}{U \cdot \cos \varphi_1} = \frac{1,92 \cdot 10^3}{120 \cdot 0,8} = 20 \text{ А}$$

б) Активная составляющая тока:

$$I_{a1} = I_1 \cdot \cos \varphi_1 = 20 \cdot 0,8 = 16 \text{ A.}$$

в) Реактивная (индуктивная) составляющая тока:

$$I_{L1} = I_1 \cdot \sin \varphi_1 = 20 \cdot 0,6 = 12 \text{ A, где}$$

$$\sin \varphi_1 = \sqrt{1 - \cos^2 \varphi_1} = \sqrt{1 - 0,8^2} = 0,6;$$

г) Полное сопротивление первой ветви:

$$z_1 = \frac{U}{I_1} = \frac{120}{20} = 6 \text{ Om.}$$

д) Активное сопротивление:

$$R_1 = z_1 \cdot \cos \varphi_1 = 6 \cdot 0,8 = 4,8 \text{ Om.}$$

е) Индуктивное сопротивление:

$$x_{L1} = z_1 \cdot \sin \varphi_1 = 6 \cdot 0,6 = 3,6 \text{ Om, или}$$
$$x_{L1} = \sqrt{z_1^2 - R_1^2}.$$

ж) Индуктивность катушки:

$$L_1 = \frac{x_{L1}}{2\pi f} = \frac{3,6}{2 \cdot 3,14 \cdot 50} = 0,011 \text{ Г.}$$

!) Расчет для второй ветви.

а) Реактивное сопротивление конденсатора:

$$x_{C_2} = \frac{1}{2\pi f C_2} = \frac{10^6}{2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 398} = 8 \text{ Om.}$$

б) Полное сопротивление второй ветви:

$$z_2 = \sqrt{R_2^2 + x_{C_2}^2} = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10 \text{ Om.}$$

в) Коэффициент мощности второй ветви:

$$\cos \varphi_2 = \frac{R_2}{z_2} = \frac{6}{10} = 0,6;$$

$$\sin \varphi_2 = \sqrt{1 - \cos^2 \varphi_2} = \sqrt{1 - 0,6^2} = 0,8 \quad \text{или}$$

$$\sin \varphi_2 = \frac{x_{C_2}}{z_2}.$$

г) Ток второй ветви:

$$I_2 = \frac{U}{z_2} = \frac{120}{10} = 12 \text{ A.}$$

д) Активная составляющая тока:

$$I_{a2} = I_2 \cdot \cos \varphi_2 = 12 \cdot 0,8 = 9,6 \text{ A.}$$

е) Реактивная (емкостная) составляющая тока:

$$I_{c2} = I_2 \cdot \sin \varphi_2 = 12 \cdot 0,6 = 7,2 \text{ A.}$$

3) Ток в неразветвленной части цепи (общий):

$$I = \sqrt{I_a^2 + I_{peak}^2};$$

$$I_a = I_{a1} + I_{a2} = 16 + 9,6 = 25,6 \text{ A;}$$

$$I_{peak} = I_{L_1} - I_{c_2} = 12 - 7,2 = 4,8 \text{ A;}$$

$$I = \sqrt{25,6^2 + 4,8^2} = 26 \text{ A.}$$

4) Коэффициент мощности цепи:

$$\cos \varphi = \frac{I_a}{I} = \frac{25,6}{26} = 0,985$$

$$\sin \varphi = \sqrt{1 - \cos^2 \varphi} = \sqrt{1 - 0,985^2} = 0,173.$$

5) Мощности цепи:

полная: $S = U \cdot I = 120 \cdot 26 = 3120 \text{ ВА},$

активная: $P = S \cdot \cos \varphi = 3120 \cdot 0,985 = 3073 \text{ Вт},$

реактивная: $Q = S \cdot \sin \varphi = 3120 \cdot 0,173 = 540 \text{ вар.}$

6) Емкость конденсатора, включенного в третью ветвь, при резонансе токов:

условие резонанса токов:

$$I_{c_{per}} = I_L = 12 - 7,2 = 4,8 \text{ A;}$$

сопротивление конденсатора:

$$x_{c_{per}} = \frac{U}{I_{c_{per}}} = \frac{120}{4,8} = 25 \text{ Ом;}$$

емкость конденсатора:

$$C_{pes} = \frac{1}{2\pi f x_{c_{pes}}} = \frac{10^6}{2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 25} = 127,2 \text{ мкФ.}$$

7) Длины векторов токов в масштабе $m=3,2 \text{ А/см.}$

$$l_{I_{a1}} = \frac{I_{a1}}{m_I} = \frac{16}{3,2} = 5 \text{ см,}$$

$$l_{I_{L1}} = \frac{I_{L1}}{m_I} = \frac{12}{3,2} = 3,75 \text{ см,}$$

$$l_{I_{a2}} = \frac{I_{a2}}{m_I} = \frac{9,6}{3,2} = 3 \text{ см,}$$

$$l_{I_{c2}} = \frac{I_{c2}}{m_I} = \frac{7,2}{3,2} = 2,25 \text{ см.}$$

8) Векторная диаграмма токов и напряжения построена на рис.16.

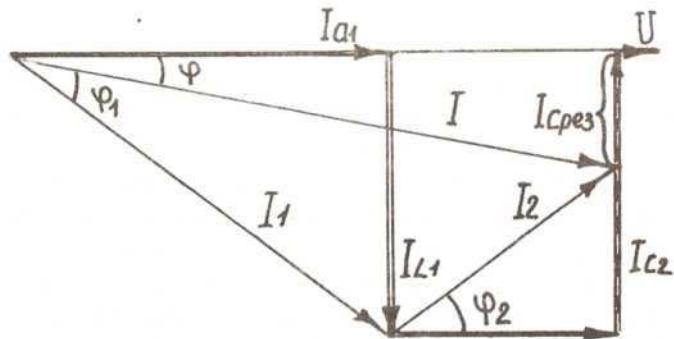


Рис.16.

При построении векторной диаграммы за исходный принят вектор напряжения, который проведен горизонтально вправо. Активные составляющие токов I_{a1}, I_{a2} совпадают по фазе с напряже-

нием U и откладываются в масштабе вдоль вектора напряжения. Вектор тока I_{L_1} отстает по фазе от вектора напряжения (индуктивный), построен вертикально вниз, вектор тока I_{c_2} опережает по фазе вектор напряжения (емкостной), построен вертикально вверх. Каждая следующая составляющая тока пристраивается к концу предыдущей. Вектор тока I соединяет начало первой составляющей тока I_{a_1} и конец последней I_{c_2} , являясь геометрической суммой токов ветвей.

Вектор общего тока I отстает по фазе от вектора напряжения на угол $\varphi = \arccos 0,985 = 10^\circ$.

В цепи возникает резонанс токов, если в конденсаторе, включенном в третью ветвь, появится ток $I_{c_3} = I_{c\text{рез}} = 4,8 \text{ A}$.

Тогда реактивная составляющая тока цепи:

$$I_{\text{peak rez}} = I_{L_1} - I_{c_2} - I_{c_3} = 12 - 7,2 - 4,8 = 0.$$

Общий ток цепи:

$$I_{\text{рез}} = I_a = I_{a_1} + I_{a_2} = 16 + 9,6 = 25,6 \text{ A}.$$

Особенности резонанса тока подробно рассмотрены в [1], §13.4.

Задачи №№ 21-30

Резонанс токов также, как и резонанс напряжений, находит широкое применение на практике: в технике связи, в электроэнергетике. Например, для компенсации сдвига фаз и, следовательно, повышения коэффициента мощности цепи.

В электроэнергетических системах питающий генератор рассчитывается на определенные напряжения и ток, т.е. на определенную полную мощность S . Задача заключается в том, чтобы эту мощность использовать наилучшим образом, т.е. необходимо стремиться к тому, чтобы полезно расходуемая мощность в цепи (активная мощность P) была близка к полной мощности.

В этих условиях свойства цепи удобно оценивать коэффициентом мощности: $\cos \varphi = \frac{P}{S}$, который должен быть близким к единице.

Большинство потребителей электрической энергии имеет индуктивный характер (например, асинхронные двигатели). Для то-

го, чтобы уменьшить потребляемый ими от генератора ток за счет реактивной составляющей и тем самым снизить потери энергии в генераторе и в подводящих проводах, параллельно приемнику подключают батарею конденсаторов. Реактивный ток конденсаторов компенсирует (полностью или частично) реактивный ток приемника I_L . По сути здесь используется резонанс токов. Но нужно помнить, что в отличие от радиотехнических контуров, где сопротивление R весьма мало, и в момент резонанса общий ток резко уменьшается, в цепях большой мощности резкого уменьшения общего тока нет, активная проводимость достаточно велика по сравнению с индуктивной и общий ток хотя и уменьшается, но не столь резко.

В задачах №№ 21-30 рассматривается вопрос повышения $\cos \phi$.

Прежде чем решать эти задачи надо разобрать пример 9.

Пример 9

От сети переменного тока напряжением $U=500$ В и частотой $f=50$ Гц питается однофазный двигатель, электрическая схема которого представлена на рис.17. Сопротивления обмотки двигателя $R_1=1,02$ Ом, $x_{L1}=1,02$ Ом,

Вычислить ток, потребляемый двигателем из сети, I_1 , активную мощность двигателя P_1 и его коэффициент мощности $\cos\phi_1$.

Построить векторную диаграмму токов и напряжения.

Определить, емкость конденсатора C , который надо включить параллельно двигателю, чтобы коэффициент мощности увеличился до $\cos\phi=0,85$.

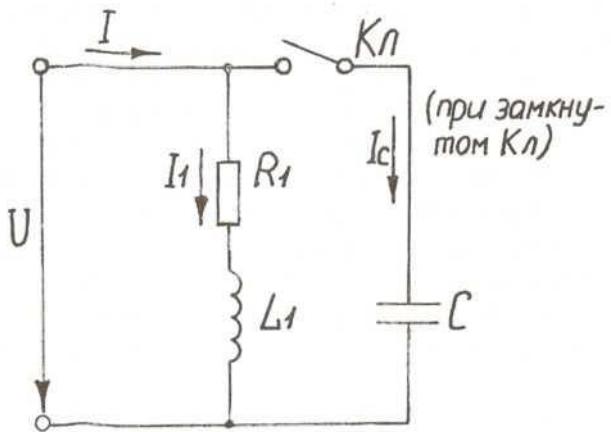


Рис.17

Краткая запись условия:

Дано: $R_1=1,02 \text{ Ом}$,
 $x_{L1}=1,02 \text{ Ом}$,
 $U=500 \text{ В}$,
 $f=50 \text{ Гц}$,
 $\cos \varphi=0,85$.

Определить: I_1 , P_1 , $\cos \varphi_1$, C .

Решение

1) Полное сопротивление цепи двигателя:

$$z_1 = \sqrt{R_1^2 + x_{L1}^2} = \sqrt{1,02^2 + 1,02^2} = 1,44 \text{ Ом.}$$

2) Коэффициент мощности двигателя:

$$\cos \varphi_1 = \frac{R_1}{z_1} = \frac{1,02}{1,44} = 0,71;$$

$$\varphi_1 = 45^\circ;$$

$$\sin \varphi_1 = 0,71.$$

Ток двигателя отстает по фазе от приложенного напряжения на угол $\varphi_1 = 45^\circ$.

3) Ток двигателя:

$$I_1 = \frac{U}{z_1} = \frac{500}{1,44} = 347 \text{ A.}$$

4) Активная мощность двигателя:

$$P_1 = U \cdot I_1 \cdot \cos \varphi_1 = 500 \cdot 347 \cdot 0,71 = 123185 \text{ Вт} \approx 123,2 \text{ кВт.}$$

5) Составляющие тока:

активная: $I_{a1} = I_1 \cdot \cos \varphi_1 = 347 \cdot 0,7 = 246 \text{ A.}$

индуктивная: $I_{L_1} = I_1 \cdot \sin \varphi_1 = 347 \cdot 0,71 = 246 \text{ A.}$

6) Ток I , потребляемый из сети, после подключения конденсатора ($\cos \varphi=0,85$, активная мощность не меняется, т.е. $P=P_1=123,2 \text{ кВт}$):

$$I = \frac{P}{U \cdot \cos \varphi} = \frac{123,2 \cdot 10^3}{500 \cdot 0,85} = 290 \text{ A.}$$

7) Составляющие тока I :

активная: $I_a = I_{a1} = 246 \text{ A}$

(можно проверить $I_a = I \cdot \cos \varphi$);

реактивная (индуктивная): $I_p = I \cdot \sin \varphi$, где

$$\sin \varphi = \sqrt{1 - \cos^2 \varphi} = \sqrt{1 - 0,85^2} = 0,527$$

$$I_p = 290 \cdot 0,527 = 153 \text{ A.}$$

8) Ток конденсатора:

$$I_c = I_{L_1} - I_p = 246 - 153 = 93 \text{ A.}$$

9) Реактивное сопротивление конденсатора:

$$x_c = \frac{U}{I_c} = \frac{500}{93} = 5,38 \text{ Ом.}$$

10) Емкость конденсатора:

$$C = \frac{1}{2\pi f x_c} = \frac{10^6}{2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 5,38} = 592 \text{ мкФ.}$$

11) Построение векторной диаграммы токов и напряжения (рис.18). Масштаб тока в условии не указан, следует им

задаться. При значениях токов от $I_c=93$ А до $I_l=347$ А, удобно выбрать $m_I=50$ А/см.

Длины векторов токов:

$$l_{I_{al}} = \frac{I_{a_l}}{m_I} = \frac{246}{50} = 4,92 \text{ см},$$

$$l_{I_{L1}} = \frac{I_{L_1}}{m_I} = \frac{246}{50} = 4,92 \text{ см},$$

$$l_{I_c} = \frac{I_c}{m_I} = \frac{93}{50} = 1,86 \text{ см.}$$

Пояснения к построению векторной диаграммы аналогичны пояснениям, приведенным в примере 8 п.8.

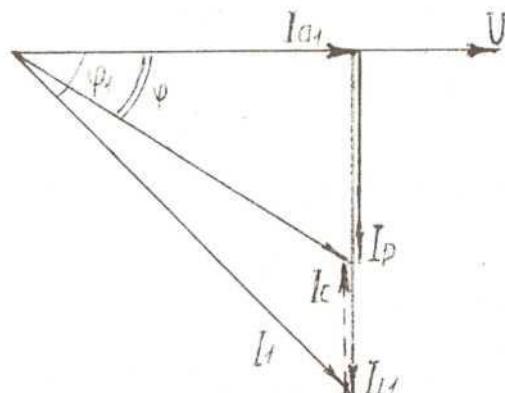


Рис.18

Для проверки правильности решения можно по векторной диаграмме определить токи I , I_p и сравнить их с расчетом:

$$I = l_I \cdot m_I = 5,9 \cdot 50 = 290 \text{ А},$$

$$I_p = l_{I_p} \cdot m_I = 3,05 \cdot 50 \approx 153 \text{ А}.$$

Задачи №№ 31-50

Производство, передача и распределение электроэнергии осуществляется в основном посредством трехфазных систем.

В трехфазных системах источники питания и потребители соединяются звездой (λ) или треугольником (Δ).

Задачи №№ 31-50 посвящены расчету трехфазных цепей переменного тока. При этом:

в задачах 31-35 – нагрузка несимметричная активная, соединение λ ;

в задачах 36-40 – нагрузка несимметричная активная, соединение Δ ;

в задачах 41-50 – нагрузка симметричная активно-индуктивная, соединение λ или Δ .

По [1] следует проработать §§15.1-15.6. Необходимо усвоить обозначения линейных и фазных напряжений и токов и соотношения между ними.

При соединении звездой, принятые следующие обозначения:

линейные напряжения – U_{AB} , U_{BC} , U_{CA} (в общем случае U_L),

фазные напряжения – U_A , U_B , U_C (в общем случае U_ϕ),

токи I_A , I_B , I_C (фазные, они же линейные: $I_\phi=I_L$).

При соединении фаз потребителей звездой при симметричной нагрузке или при несимметричной, но обязательно с нулевым проводом, линейное и фазное напряжения связаны соотношением:

$$U_L = \sqrt{3} \cdot U_\phi$$

В примерах 10, 11 рассматривается соединение звездой при симметричной и несимметричной нагрузках.

Пример 10

Симметричная активно-индуктивная нагрузка фаз.

Три одинаковые катушки индуктивности соединены звездой и включены в трехфазную сеть с линейным напряжением $U_L=380$ В. Активное сопротивление каждой катушки $R_\phi=48$ Ом, индуктивное $x_{L\phi}=64$ Ом. Схема цепи представлена на рис.19.

Определить фазные I_ϕ и линейные I_L токи, активную и полную мощность всей цепи.

Построить в масштабе $m_u=55$ В/см и $m_f=1$ А/см векторную диаграмму напряжений и токов.

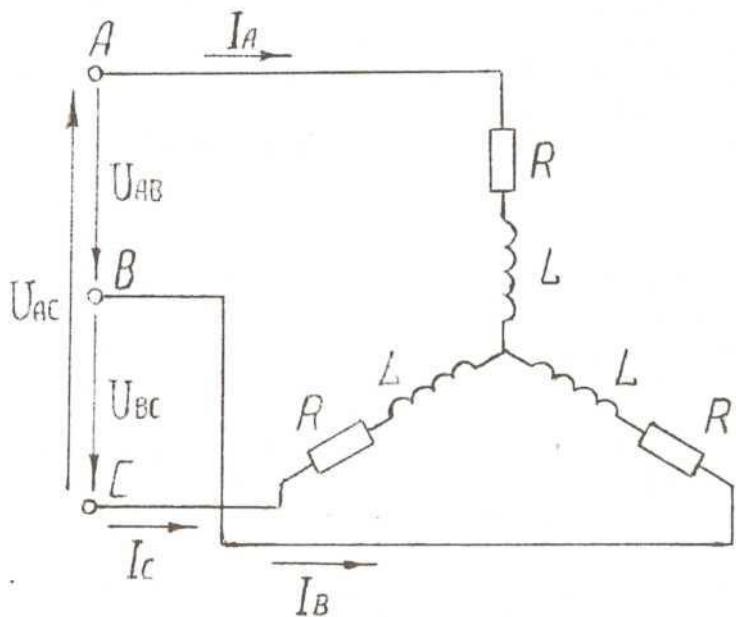


Рис.19

Краткая запись условия:

Дано: $U_n=380$ В, звезда,
 $R_\phi=48$ Ом,
 $x_{L\phi}=64$ Ом,
 $m_u=55$ В/см,
 $m_f=1$ А/см.

Определить: I_ϕ , I_n , P , S .

Построить векторную диаграмму напряжений и токов.

Решение

Нагрузка симметричная. Расчет ведется для одной фазы потребителя.

- 1) Фазное напряжение при звезде:

$$U_\phi = \frac{U_\lambda}{\sqrt{3}} = \frac{380}{1,73} = 220 \text{ В.}$$

- 2) Полное сопротивление катушки (фазы):

$$z_\phi = \sqrt{R_\phi^2 + x_{L_\phi}^2} = \sqrt{48^2 + 64^2} = 80 \text{ Ом.}$$

- 3) Фазный ток:

$$I_\phi = \frac{U_\phi}{z_\phi} = \frac{220}{80} = 2,75 \text{ А.}$$

Линейный ток I_λ равен фазному I_ϕ при λ :

$$I_\lambda = 2,75 \text{ А.}$$

- 4) Полная мощность цепи:

$$S = 3 \cdot U_\phi \cdot I_\phi = 3 \cdot 220 \cdot 2,75 = 1815 \text{ ВА.}$$

- 5) Коэффициент мощности:

$$\cos \varphi = \frac{R_\phi}{z_\phi} = \frac{48}{80} = 0,6;$$

$$\varphi = \arccos 0,6 = 53^\circ.$$

- 6) Активная мощность:

$$P = S \cdot \cos \varphi = 1815 \cdot 0,6 = 1089 \text{ Вт.}$$

- 7) Длины векторов тока и напряжения:

$$l_{I_\phi} = \frac{I_\phi}{m_I} = \frac{2,75}{1} = 2,75 \text{ см,}$$

$$l_{U_\phi} = \frac{U_\phi}{m_u} = \frac{220}{55} = 4 \text{ см.}$$

- 8) Построение векторной диаграммы (рис.20).

Под углом 120° друг к другу построены векторы фазных напряжений, вектор U_A – вертикально вверх, вектор U_B отстает от вектора U_A на 120° , а вектор U_C отстает от вектора U_B также на

120° . Длина каждого вектора 4 см. Соединив концы векторов фазных напряжений, получим треугольник векторов линейных напряжений U_{AB} , U_{BC} , U_{CA} . Поскольку нагрузка фаз активно-индуктивная, то векторы фазных токов I_A , I_B , I_C будут отставать от векторов фазных напряжений U_A , U_B , U_C на угол $\varphi=53^\circ$.

При построении векторной диаграммы в контрольной работе углы между векторами фазных напряжений по 120° должны быть отложены точно. Так же точно должны быть отложены углы сдвига векторов фазных токов относительно векторов фазных напряжений.

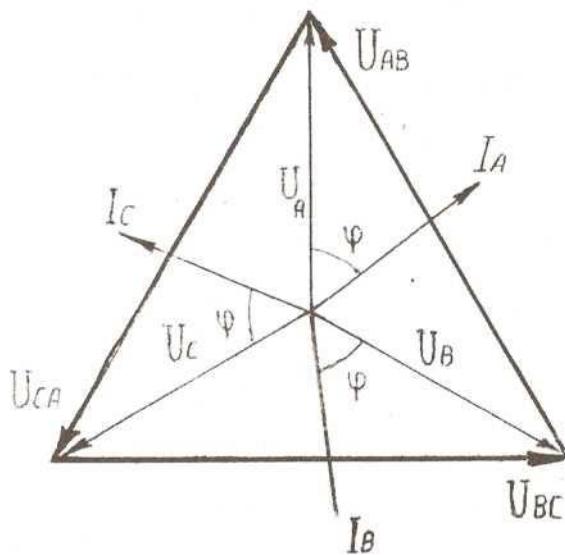


Рис.20

Пример 11

Нагрузка несимметричная активная.

В четырехпроводную сеть трехфазного тока с линейным напряжением $U_L=380$ В включены звездой три группы осветитель-

ных ламп. Мощность каждой лампы $P_{\text{ламп}}=100$ Вт. Число ламп в фазах: $N_A=40$, $N_B=30$, $N_C=60$. Схема цепи на рис.21.

Определить фазное напряжение U_ϕ , фазные I_ϕ и линейные I_L токи, мощность P , потребляемую всей цепью.

Построить векторную диаграмму токов и напряжений в масштабе $m_f=6$ А/см, $m_u=44$ В/см.

Из векторной диаграммы определить ток в нулевом проводе I_0 .

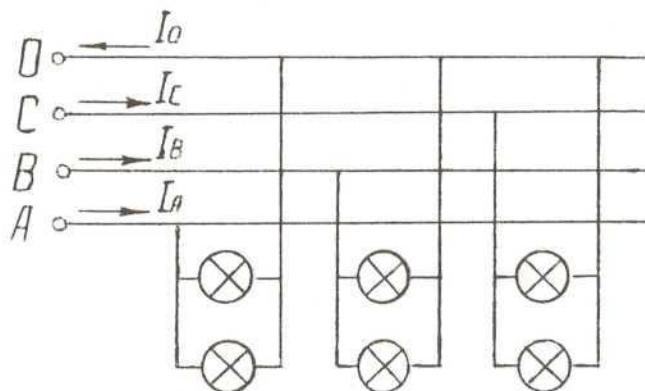


Рис.21

Краткая запись условия:

Дано: $U_L=380$ В, звезда,
 $P_{\text{ламп}}=100$ Вт,
 $N_A=40$,
 $N_B=30$,
 $N_C=60$,
 $m_u=44$ В/см,
 $m_f=6$ А/см.

Определить: U_ϕ , I_ϕ , I_L , P , I_0 .

Решение

1) Фазное напряжение:

$$U_\phi = \frac{U_A}{\sqrt{3}} = \frac{380}{1,73} = 220 \text{ В.}$$

Нулевой провод обеспечивает равенство фазных напряжений при любой нагрузке.

2) Мощность ламп в фазах:

$$P_A = P_{\text{ламп}} \cdot N_A = 100 \cdot 40 = 4000 \text{ Вт},$$

$$P_B = P_{\text{ламп}} \cdot N_B = 100 \cdot 30 = 3000 \text{ Вт},$$

$$P_C = P_{\text{ламп}} \cdot N_C = 100 \cdot 60 = 6000 \text{ Вт.}$$

3) Токи в фазах, они же линейные ($\cos \varphi=1$):

$$I_A = \frac{P_A}{U_\phi} = \frac{4000}{220} = 18,2 \text{ А,}$$

$$I_B = \frac{P_B}{U_\phi} = \frac{3000}{220} = 13,6 \text{ А,}$$

$$I_C = \frac{P_C}{U_\phi} = \frac{6000}{220} = 27,3 \text{ А.}$$

4) Мощность, потребляемая цепью:

$$P = P_A + P_B + P_C = 4 + 3 + 6 = 13 \text{ кВт.}$$

5) Длины векторов напряжений и токов:

$$l_{U_\phi} = \frac{U_\phi}{m_u} = \frac{220}{44} = 5 \text{ см,}$$

$$l_{I_A} = \frac{I_A}{m_I} = \frac{18,2}{6} = 3 \text{ см,}$$

$$l_{I_B} = \frac{I_B}{m_I} = \frac{13,6}{6} = 2,3 \text{ см,}$$

$$l_{I_C} = \frac{I_C}{m_I} = \frac{27,3}{6} = 4,6 \text{ см.}$$

6) Построение векторной диаграммы (рис.22).

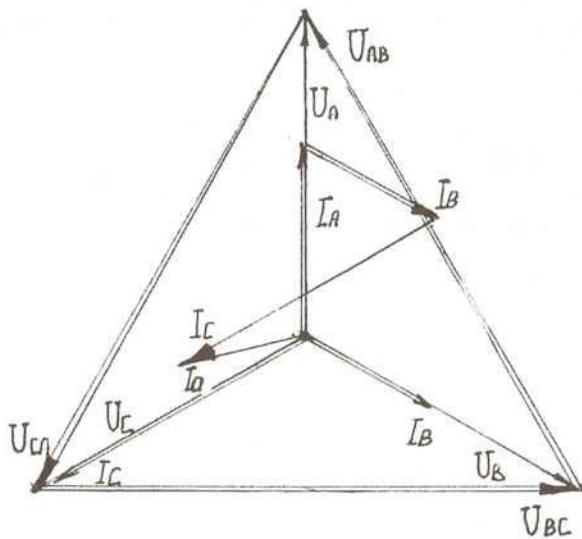


Рис.22

Векторы фазных напряжений U_A , U_B , U_C построены под углом 120° друг к другу, длина каждого вектора 5 см. Соединяя концы векторов фазных напряжений, получим векторы линейных напряжений U_{AB} , U_{BC} , U_{CA} .

Так как нагрузка активная, то каждый вектор тока совпадает по фазе со своим напряжением, т.е. \bar{I}_A с \bar{U}_A , \bar{I}_B с \bar{U}_B , \bar{I}_C с \bar{U}_C , длины векторов токов определены в п.5 решения.

Ток в нулевом проводе I_0 равен геометрической сумме фазных токов, которая получена последовательным пристраиванием векторов токов друг к другу: \bar{I}_B к \bar{I}_A , \bar{I}_C к \bar{I}_B . Вектор нулевого тока начинается в начале вектора I_A , кончается в конце вектора I_C .

Значение нулевого тока:

$$I_0 = l_{I_0} \cdot m_I = 1,8 \cdot 6 = 10,8 \text{ A},$$

где l_{I_0} - длина вектора на векторной диаграмме.

Положение вектора нулевого тока и его длина зависят от нагрузки фаз.

В примере 12 рассматривается соединение потребителя треугольником при несимметричной нагрузке.

При соединении фаз потребителя треугольником приняты следующие обозначения:

напряжения – U_{AB} , U_{BC} , U_{CA} (в общем случае $U_\alpha=U_\phi$),
фазные токи – I_{AB} , I_{BC} , I_{CA} (в общем случае I_ϕ),
линейные токи – I_A , I_B , I_C (в общем случае I_α).

При соединении треугольником и симметричной нагрузке фаз потребителя действуют следующие соотношения:

$$I_\phi = \frac{U_\phi}{z_\phi};$$

$$U_\alpha = U_\phi;$$

$$I_\alpha = \sqrt{3} \cdot I_\phi;$$

$$P = \sqrt{3} \cdot U \cdot I_\alpha \cdot \cos \varphi.$$

При несимметричной нагрузке:

$$I_{AB} = \frac{U_\alpha}{z_{AB}};$$

$$I_{BC} = \frac{U_\alpha}{z_{BC}};$$

$$I_{CA} = \frac{U_\alpha}{z_{CA}};$$

$$P_{3\phi} = P_{AB} + P_{BC} + P_{CA}.$$

Линейные токи определяются графическим путем из векторной диаграммы.

Пример 12

Три резистора соединены треугольником и питаются от трехфазной сети напряжением $U_\alpha=220$ В (рис.23). Сопротивления резисторов $R_{AB}=22$ Ом, $R_{BC}=11$ Ом, $R_{CA}=14,67$ Ом.

Определить фазные токи I_{AB} , I_{BC} , I_{CA} , мощность потребителя P .

Построить в масштабе $m_u=44$ В/см, $m_I=5$ А/см векторную диаграмму напряжений и токов.

По векторной диаграмме найти линейные токи I_A , I_B , I_C .

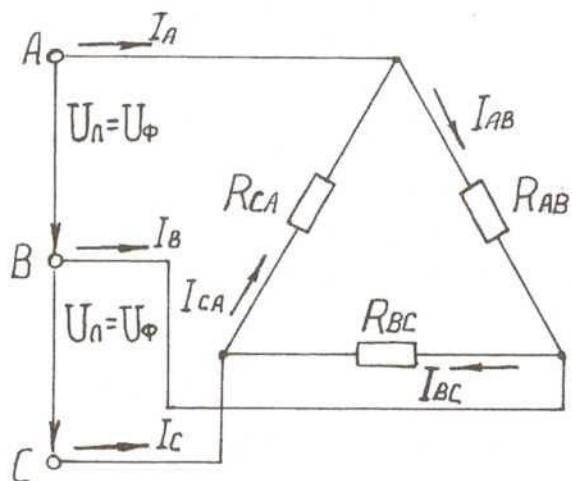


Рис.23

Краткая запись условия:

Дано: $U_n = 220 \text{ В}$, Δ ,
 $R_{AB} = 22 \text{ Ом}$,
 $R_{BC} = 11 \text{ Ом}$,
 $R_{CA} = 14,67 \text{ Ом}$,
 $m_u = 44 \text{ В/см}$,
 $m_f = 5 \text{ А/см}$.

Определить: I_{AB} , I_{BC} , I_{CA} , P .

Построить векторную диаграмму, из нее найти I_A , I_B , I_C .

Решение

- 1) Все фазы находятся под напряжением $U_\phi = U_n = 220 \text{ В}$ (соединение Δ).
- 2) Токи в фазах потребителя:

$$I_{AB} = \frac{U_\phi}{R_{AB}} = \frac{220}{22} = 10 \text{ A},$$

$$I_{BC} = \frac{U_\phi}{R_{BC}} = \frac{220}{11} = 20 \text{ A},$$

$$I_{CA} = \frac{U_\phi}{R_{CA}} = \frac{220}{14,67} = 15 \text{ A}.$$

3) Мощность потребителя:

$$P = P_{AB} + P_{BC} + P_{CA},$$

мощность каждой фазы при $\cos \varphi=1$ определяется по формуле:

$$P_\phi = U_\phi \cdot I_\phi;$$

$$P_{AB} = U_\phi \cdot I_{AB} = 220 \cdot 10 = 2200 \text{ Bm},$$

$$P_{BC} = U_\phi \cdot I_{BC} = 220 \cdot 20 = 4400 \text{ Bm},$$

$$P_{CA} = U_\phi \cdot I_{CA} = 220 \cdot 15 = 3300 \text{ Bm},$$

$$P = 2,2 + 4,4 + 3,3 = 9,9 \text{ kBm}.$$

4) Длины векторов напряжения и токов:

$$l_{U_\phi} = \frac{U_\phi}{m_u} = \frac{220}{44} = 5 \text{ cm},$$

$$l_{I_{AB}} = \frac{I_{AB}}{m_I} = \frac{10}{5} = 2 \text{ cm},$$

$$l_{I_{BC}} = \frac{I_{BC}}{m_I} = \frac{20}{5} = 4 \text{ cm},$$

$$l_{I_{CA}} = \frac{I_{CA}}{m_I} = \frac{15}{5} = 3 \text{ cm}.$$

5) Построение векторной диаграммы (рис.24).

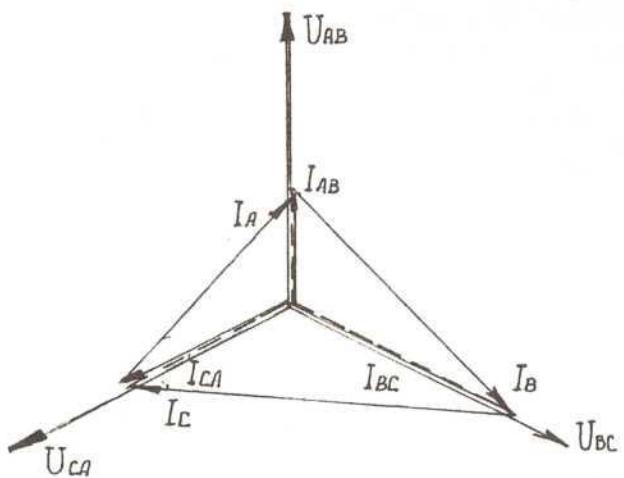


Рис.24

Векторы фазных напряжений U_{AB} , U_{BC} , U_{CA} построены под углом 120° друг к другу, вектор U_{AB} расположен вертикально вверх; длина каждого вектора 5 см. Нагрузка активная (резисторы), фазные токи совпадают по направлению с напряжениями, т.е. \bar{I}_{AB} направлен по \bar{U}_{AB} , \bar{I}_{BC} по \bar{U}_{BC} , \bar{I}_{CA} по \bar{U}_{CA} .

Векторы линейных токов получают, соединив концы векторов фазных токов. На диаграмме измерены длины векторов линейных токов I_{I_A} , I_{I_B} , I_{I_C} .

Линейные токи:

$$I_A = I_{I_A} \cdot m_I = 4,4 \cdot 5 = 22 \text{ A},$$

$$I_B = I_{I_B} \cdot m_I = 5,3 \cdot 5 = 26,5 \text{ A},$$

$$I_C = I_{I_C} \cdot m_I = 6,1 \cdot 5 = 30,5 \text{ A}.$$

Если при соединении потребителей треугольником нагрузка симметричная активно-индуктивная (задачи №№ 41, 42, 43, 44, 45), то на векторной диаграмме векторы фазных напряжений

должны быть построены так, как в примере 12 (рис. 24.), а векторы фазных токов отстают от своих напряжений на угол $\varphi = \arccos \varphi$ (как в примере 10, рис. 20).

Векторы линейных токов получают, соединив концы векторов фазных токов.

В задачах №№ 41-50 на схемах надо показать приборы для измерения активной мощности (ваттметры). В [4] следует изучить рис. 12.4; 12.5; 12.6 в § 12.3